

III.*



Móricz Márk

Matematika – A tanítás „elmélete” és „gyakorlata”

Tisztelt Olvasó, kedves Kolléga!

Természetes reakció, hogy mindenki azt keresi, hogy mi változott a NAT és a kerettanterv átdolgozása során. Hiszen az a legfontosabb kérdés, hogy „holnaptól” mit kell másként csinálni.

Ennek kibogozása (ti. mi maradt, mi változott) azért sem egyszerű, mert a NAT és a kerettanterv szerkezete és stílusa is változott, ezért nem egyszerű az összehasonlítás a korábbi szabályozókkal. Engedjék meg, hogy ebben az összehasonlításban próbáljak segítségükre lenni.

A következőkben kizárólag a matematika területén történt változásokkal fogunk foglalkozni.

■ SZERKEZET

A szerkezeti változtatások nyilván hordoznak magukban pedagógiai megfontolásokat, üzeneteket, de ezek vizsgálata messzire vezetne, és a szerkezet csupán keret a tartalomhoz, amelyet majd most igazából szeretnénk vizsgálni.

Azonban mielőtt rátérnénk a tartalomra, mégis fontos egy-két gondolatot megosztani a szerkezettel kapcsolatosan is. A NAT felépítése, egyes részei megfeleltethetők a korábbi NAT-oknak. Ennek szerkezetével most nem foglalkozunk.

A **kerettanterv** felépítéséről azonban szükséges bővebben is szólni, mert elsőre kissé szokatlan, fontos, hogy megértsük, melyik résznek mi a szerepe.

A **témakör** megjelölése után egy **javasolt óraszámot** látunk. Ez nem jelenti, hogy ezek az órák egymás után következnek, sem azt, hogy ennyi idő elegendő lenne a tananyag elsajátítására. Ezek a számok hozzávetőleges értékek. Hiszen mindenki tudja, hogy alsó tagozaton egy-egy tanítási óra rendkívül komplex és legalább 10 (kerettantervi) témakör is szerepet kaphat benne.

Ezután következnek a **TANULÁSI EREDMÉNYEK**, amely megmutatja, hogy a **témakör tanulása eredményeként** mi lesz az, amit a tanuló elsajátít a tanulási szakasz (alsó tagozat, 4. osztály) végére. Ha jobban megnézzük ezeket a mondatokat, ezek *szó szerinti idézetek* a NAT-ból, ahol a 4. osztályos követelmények voltak olvashatók.

Tehát ez a rész nem más, mint egy összekötő rész a NAT és a kerettanterv között. Rendeltetése, hogy megmutassa, hogy a NAT-ban kitűzött célok milyen fejlesztési feladatokon keresztül fognak megvalósulni.

Természetes, hogy 1–2. osztályban nem kell (ahogy eddig sem, úgy továbbra sem) „*fejben pontosan számol(ni) a 10 000-es számkörben a 100-as számkörben végzett műveletekkel analóg esetekben*”. Csupán a fejlesztési feladatoknál megjelenő mondatok (például: „*Összeadás és kivonás kerek tízesekkel a 100-as számkörben*”) járulnak hozzá ahhoz, hogy a gyermek 4. osztály év végére elérje a kitűzött célt. (Adott esetben, hogy: „*fejben pontosan számol(jon) a 10 000-es számkörben a 100-as számkörben végzett műveletekkel analóg esetekben*”).

Ez után az összekapcsoló rész után jön a kerettanterv igazán lényegi része, a **fejlesztési feladatok és ismeretek**, ahol az van leírva, hogy kétéves bontásban mit szükséges elvégezni a tanulókkal. Ennek a résznek az alapos tanulmányozása a legfontosabb.

Következő rész a **fogalmak**, amelyeknél (ahogy a kerettanterv bevezetőjében olvashatjuk) „*azok a fogalmak szerepelnek, amelyek helyes alkalmazását elvárjuk a tanulóktól, de a meghatározását nem*.”

Hiszen „*a tanulók a tanórán hallott kifejezéseket először megértik, majd később maguk is helyesen használják azokat*.”

Alsó tagozaton a matematikai „anyanyelv” tanulása zajlik. A tanítótól elvárt a pontos, szakszerű, ugyanakkor jól érthető, a gyereknyelvhez közeli nyelvhasználat, amelyet a gyerekek magukba szívnek és elkezdik használni.

* Készült az EFOP 3.2.15 tartalomfejlesztési projekt támogatásával.

Csak később, felső tagozaton indul meg a „nyelvtan” tanulása, amikor a különböző fogalmakat alaposabban megvizsgálják.

A témakör lezárásaként **pedig javasolt tevékenységeket** olvashatunk, melyek valóban csak javasolt tevékenységek, hiszen egy-egy fejlesztési feladathoz rengeteg jó gyakorlatot lehetne gyűjteni, mert a pedagógusok kreativitása határtalan.

Erre a részre úgy lehet tekinteni, mint gondolatébresztő, inspiráló szakaszra, amely az olvasót kizökkenti a hivatalos dokumentum olvasásából, és a tanterembe, a gyerekek közé helyezi, hogy az elméletet rögtön gyakorlatba is lehessen ültetni.

■ STÍLUS

Mind a NAT, mind a kerettanterv fogalmazási stílusában eltér az elődeitől. Ez elsősre furcsának tűnhet, de az újfajta megfogalmazás rengeteg érdekességet rejt magában.

Általánosan igaz, hogy a jelenlegi (2020) szabályozás pontos fogalmazásra törekszik, arra, hogy amit mond, az egyértelmű legyen. Újdonság, hogy törekszik arra, hogy nagyon pontosan meghatározza, hogy mit milyen szinten lehet és kell számon kérni a tanulóktól. A kerettanterv pedig útmutatást ad a „hogyanhoz” is, amiben nem a kötelezőséget kell látni, hanem a segítséget. Mert nemcsak célt jelöl ki, hanem a fontos állomásokat, amik elérése (elvégzése) biztosítja a tanulót és tanítót arról, hogy jó irányba halad a cél felé.

Ezért ezeket a mondatokat érdemes nagyon odafigyelve olvasni, sőt továbbgondolni, mert az egyes szaknak fontos szerepük és üzenetük van. Csak egy kiragadott példát vizsgáljunk meg:

NAT 2012: „Törtek a mindennapi életben (2, 3, 4, 10, 100 nevezőjű törtek).”

NAT 2020: „A tanuló tevékenységekkel megjelenít egység törtéket és azok többszöröseit különféle mennyiségek és többféle egységválasztás esetén; a kirakást, mérést és a rajzot mint modellt használja a tört részek összehasonlítására.”

A két mondat összehasonlítását és értékelését az olvasóra bízom. De talán állíthatom, hogy a 2020-as NAT megfogalmazása mélyebb, rétegzettebb.

A NAT-ban nincs apró betű, annak minden szava egyenrangúan érvényes. Fontos tehát tisztázni és (jól) érteni, hogy „mi kerül a dolgozatba”, és mi az, amivel foglalkozni kell, de annak készségi szintű alkalmazása nem elvárható.

(Hasonlóan lehet értékelni a kerettanterv mondatait is.)

Aztán persze a tartalommal mindenkinek jogában áll vitatkozni. Azonban úgy gondolom, a törekvés, hogy az oktatás alapvető dokumentuma ilyen mélységeket is érintsen, az mindenképpen becsülendő, előremutató. Ha másért nem, akkor azért, mert valódi szakmai gondolatcserére ösztönöz, arra, hogy szokásainkat megvizsgáljuk, értékeljük, ha szükséges, megújítsuk.

■ TARTALOM

Hadd csigázzam még egy kicsit az érdeklődést, és hadd kezdjem azzal, ami nem változott.

A 2020-as NAT és kerettanterv a matematika területén megőrizte a 2012-es (és korábbi) NAT(-ok) és kerettanterv(ek) szemléletét és lényegi tartalmát, ami az „Alapelvek, célok” részben korábban is megfogalmazódott. Újdonság, hogy ezen túlmenően kifejti az egyes tanítási szakaszok speciális jellemzőit (lásd: bevezető részek), és egyúttal a gyakorlat oldaláról közelíti meg a kitűzött célok megvalósítását. Ezeket a bevezető részeket érdemes alaposan átolvasni (nem csak átlapozni vagy átugrani), mert sokat segít az azt követő átfogó célok és tanulási eredmények, fejlesztési feladatok értelmezésében.

Most pedig nézzünk néhány példát, ami azért (részben) tartalmi változást jelent a korábbi szabályozókhöz képest.

■ Zárójelhasználat, műveleti sorrend

	NAT
2	Matematikai jelek: +, -, •, :, =, <, >, ()
0	Műveletek tulajdonságai. Műveleti sorrend.
1	
2	
	Zárójel használata, műveleti sorrend
	NAT
	– szöveghez, valós helyzethez kapcsolva zárójel tartalmazó műveletsort értelmez, elvégez;
	– hozzákapcsolja a megfelelő műveletet adott helyzethez, történéshez, egyszerű szöveges feladathoz;
2	– értelmezi a műveleteket megjelenítéssel, modellezéssel, szöveges feladattal
0	
2	
0	
	Kerettanterv
	– Zárójel használata konkrét esetekben megfogalmazott problémák leírásához, megoldásához

Tehát ilyen jellegű feladat megoldása nem követelmény:

$$6345 : 3 + 2 \cdot 4$$

Azonban az egybetartozó dolgok jelölésére szövegek, műveletek értelmezésekor a zárójel mint jel megmarad.

Például:

– Egy 22 fős osztály minden tanulója a Mikulástól egy banánt, két almát és 4 mandarint kapott. Mennyi gyümölcsöt kaptak összesen a gyerekek?

$$(1 + 2 + 4) \cdot 22 \text{ vagy } (1 \cdot 22) + (2 \cdot 22) + (4 \cdot 22)$$

(De nem: $1 \cdot 22 + 2 \cdot 22 + 4 \cdot 22!$ Hiába „hagyható el” a zárójel, alsó tagozaton nem szükséges ennek a megállapodásnak a megtanulása.)

– Műveletértelmezésekben:

Mennyi a $148 \cdot 7?$

$(100 \cdot 7) + (40 \cdot 7) + (8 \cdot 7)$

– 6540 és 3120 összegének a kétszerese:

$(6540 + 3120) \cdot 2$

– Gondoltam egy számot. megszoroztam 5-tel, hozzáadtam 4-et, az eredmény 24 lett. Melyik számra gondoltam?

$(\quad \cdot 5) + 4 = 24$

■ Római számok

	NAT
2	nem tett róla említést
0	
1	Kerettanterv
2	Római számok írása, olvasása I, V, X, L, C, D, M jelekkel.
	NAT
2	– ismeri a római számjelek közül az I, V, X jeleket, hétköznapi helyzetekben felismeri az ezekkel képzett számokat;
0	
2	Kerettanterv
0	– A római számjelek közül az I, V, X jelek, valamint az ezekből képezhető számok írása, olvasása a hétköznapi helyzetekben, például: óra, keltezés, kerületek jelölése

Tehát a hangsúly itt is azon van, hogy nem elvont, hanem gyakorlati ismereteket sajátítsanak el a tanulók.

A gyermekek kíváncsiságának megfelelően természetesen meg lehet tanulni egyéb római számjeleket, és azokból számokat képezni, ha a tanító hasznát látja. De a dolgozatban nem kell ilyen feladatokkal találkozni, és felső tagozatra is bátran mehet, aki nem tudja megmondani, hogy: melyik számot jelenti a CDXLVII, vagy, hogy milyen „betűkkel” tudjuk leírni az 1749-et. Mert a korábbi (2012-es) megfogalmazást lehetett úgy értelmezni, hogy ez fontos ismeret.

■ Írásbeli osztás

Ebben a kérdésben a korábbi szabályozók nem voltak egyértelműek, és a gyakorlat a szokásrendet követte.

A mai világban vitatható a kétjegyűvel való osztás algoritmus ismeretének fontossága, hasznossága. Mindenestre az alsó tagozatos diákok többségének nem könnyű

az algoritmus végzése, és helyette hasznosabb ismereteket, képességeket sajátíthatnak el, gyakorolhatnak. Felső tagozaton elég megtanulni a kétjegyűvel való osztás algoritmusát (ha az szükséges).

	NAT
2	Négyjegyű számok összeadása, kivonása, szorzás kétjegyű, osztás egyjegyű számmal írásban.
0	
1	Kerettanterv
2	Írásbeli szorzás és osztás egy- és kétjegyű számmal.
	NAT
2	– helyesen végzi el az írásbeli összeadást, kivonást, az írásbeli szorzást egy- és kétjegyű szorzóval, az írásbeli osztást egyjegyű osztóval;
0	
2	Kerettanterv
0	Írásbeli osztás egyjegyű osztóval, visszaszorzással, kivonással

■ Mérés, mértékegységátváltás

Ehhez a témakörhöz nem idéznék a szabályozókból, mert igen hosszú rész lenne.

A 2012-es NAT tényleges mérések elvégzésére ösztönöz, amelyet a 2020-as módosítás csak még inkább megerősít, sőt többszörösen aláhúz. Hiszen a legfontosabb, hogy tényleges képzele alakuljon ki a tanulóknak a mértékegységekről viszonyaikról, és ez csakis sok elvégzett mérés segítségével lehetséges. Mértékegységváltás is csak a gyakorlathoz kötődhet. A mérőszám és mértékegység közti fordított arányosságról még csak tapasztalatot szereznek. Ennek megértése (!), készség szintű alkalmazása nélkül pedig nem lehetséges a mértékegységváltás számonkérése.

Felesleges tehát ilyen feladatokat gyakoroltatni:

$3402 \text{ mm} = \quad \text{m} \quad \text{dm} \quad \text{cm} \quad \text{mm}$

$3056 \text{ g} = \quad \text{kg} \quad \text{dkg} \quad \text{g}$

Helyette inkább mérjenek sokat a gyerekek!

Felső tagozaton a tényleges mérésekre már kevesebb idejük lesz, viszont a mértékegységváltást meg fogják tanulni.

Lényeges változás, hogy a tonna és a hektoliter nem követelmény, hiszen az ezekkel való mérést nehéz megvalósítani.

■ Geometria

A méréshez hasonlóan itt sem tudunk minden változást számba venni, illetve megint nem feltétlenül az elsajátítandó ismeretekben történt változás.

A geometriai témák a méréshez hasonlóan gyakran háttérbe szorulnak, mert „minden másra több idő kell...”

Pedig alsó tagozaton a gyerekek fogékonysága miatt olyan tevékenységek elvégzésére van lehetőség, amire később már nem lesz. A méréshez hasonlóan ezek a tevékenységek is időigényesek, de nélkülözhetetlenek, és nem lehet azokat csak tankönyvi feladatokkal helyettesíteni.

A 2020-as NAT és kerettanterv minden ezzel kapcsolatos mondata a gyerekek tevékenykedtetésére szólít fel, arra, hogy ők maguk fedezzék fel a geometriai ismereteket, próbálják megfogalmazni saját szavaikkal a tapasztalataikat.

Egyrészt a tananyag nem igazán változott, másrészt viszont a feldolgozás módjának szükséges változása, ha szeretnénk megfelelni a szabályozóban leírtaknak.

Ez ijesztő lehet, de a gyerekek lelkesedése a „geometriás” órákon igazolja azt, hogy megéri a plusz befektetett energiát a tanító részéről.

A lelkesedés mögött pedig megfigyelhető egy másfajta gondolkodás formálódása, és a különböző fogalmak alakulása.

(Nem is beszélve arról, hogy sok, számokkal küszködő gyermek ilyenkor kap szárnra!)

A 2012-es megfogalmazás megint nem pontos, és tág értelmezéseknek ad teret.

A „számítás”, „kiszámítás” szavak könnyen előhívhatják azt a képzetet, hogy alsó tagozaton képletet kell tanítani:

$$2(a+b); a \cdot b$$

Erről szó sincs. Mind a kerület, mind a terület fogalmának a tapasztalati alapozása a cél. Sok tevékenység, méréssel, lefedéssel. A kerület esetében természetesen ez úgy történik, hogy a lemért oldalakat összeadjuk (hacsak nem célnál kerítettük körül az alakzatot). A gyerekek arra is rájöhetnek (mondjuk téglalap, négyzet esetén), hogy nem szükséges minden oldal tényleges lemérése.

Területet pedig elég számlálással megállapítani. Sok lefedés és számlálás után biztosan lesznek, akik okosabb utakat keresnek, és felfedezik, hogy például a „két szélső négyzetsort elég összeszorozni”. De ne essünk kétségbe, ha valaki nem jut el erre az absztrakciós szintre, hiszen a terület fogalma nem könnyű, és még alakulhat felső tagozaton is. Ezért hiba már 4. osztályban követelményként állítani.

■ Kerület, terület

	NAT
2012	Kerület, terület – Négyzet, téglalap kerülete, területe. Mérés, számítás, mértékegységek.
2012	Kerettanterv
	A téglalap és a négyzet kerületének kiszámítása. Négyzet, téglalap területének mérése különféle egységekkel, területlefedéssel. A területszámítás fogalmának előkészítése.
	NAT
	– megméri különböző sokszögek kerületét különböző egységekkel; területet mér különböző egységekkel lefedéssel vagy darabolással; ismer a terület és kerület mérésére irányuló tevékenységeket;
2020	Kerettanterv
2020	– Síkbeli alakzatok kerületének becslése, mérése alkalmi és szabványegységekkel különféle eszközök segítségével (például: fonal, négyzetrács, vonalzó) – Síkbeli alakzatok területének becslése, mérése különféle alkalmi egységekkel való lefedéssel vagy darabolással (például: körlapokkal, mozaiklapokkal, négyzetlapokkal) – A terület és kerület szavak értő használata

■ ÖSSZEZÉS

A változások közül csak a legfontosabbakat, leginkább kézzel foghatókat ragadtam most ki. (Még lenne miről beszélni, például: becslés, ellenőrzés, „nyitott mondat”...) De már ezek alapján is megállapíthatjuk, hogy a változtatások nem mondanak ellent a korábban hatályos NAT-nak, hanem azon pontosítanak, és a tananyag-tartalom egyes elemeit későbbi évfolyamokra tolja, ezzel nagyobb teret (és időt!) engedve a készségfejlesztésnek (pl.: tevékenységek, játékok), a felfedeztetésnek és az értve tanulásnak (pl.: tevékenységek, játékok) és az ismeretek elmélyítésének (pl.: tevékenységek, játékok).

A tanulók számára a tananyagcsökkentést pedig nem a tartalmak tömeges eltörlése okozza, hanem a tartalmaknak a tanulók életkori sajátosságainak és absztrakciós szintjének megfelelő formában történő feldolgozása és számonkérése.

A bevezetők figyelmes olvasása sok olyan többletinformációt hordoz, ami nem tud megjelenni az eredmény-célokban vagy a fejlesztési feladatokban. Bár ha a NAT-ot és a kerettantervi mondatokat olvassuk, akkor is igen gyakran botlunk hasonló szavakba: *tapasztalat, tevékenység, értés, alkalmazás* stb.

Végezetül kiemelnék két bekezdést a NAT-ból:

„A tárgyi tevékenységek és a kapcsolódó változatos képi ábrázolások alapozzák meg a későbbi absztrakciót. A konkrétumokhoz való sokszori vissza-visszalépések során alakulnak a matematikai fogalmak, összefüggések és eljárások. Ezek alapozzák meg a felső tagozaton és középiskolában megjelenő szimbolikus gondolkodást.”

„A matematika tanulásának alapvető módszere a valóságon alapuló, személyes, cselekvő tapasztalatszerzés, amely a különböző érzékszervek bevonásával, mozgással, valamint szemléletükben és matematikai tartalmukban egyaránt változatos eszközök használatával, játékokkal valósul meg.”